

【問Ⅰ】以下の問いに答えよ。(25点)

(1)  $(5x - 4y)^2$  を展開せよ。

$$25x^2 - 40xy + 16y^2$$

(2)  $ax - x + a - 1$  を因数分解せよ。

$$(a - 1)(x + 1)$$

(3)  $(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$  を計算せよ。

$$2\sqrt{2}$$

(4)  $x - 2 < 4x + 1 < 5x$  を解け。

$$x > 1$$

(5)  $6x^2 - x - 12 = 0$  を解け。

$$x = -\frac{4}{3}, \frac{3}{2}$$

【問Ⅱ】 以下の問いに答えよ。(25 点)

- (1) 2 次関数  $y = -2x^2 + 6x + 1$  の最大値を求めよ。

$$y = -2x^2 + 6x + 1 = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{2}$$

よって  $x = \frac{3}{2}$  のとき、最大値  $\frac{11}{2}$

- (2) 頂点が  $x$  軸上にあり、2 点  $(4, 4)$ 、 $(0, 36)$  を通る 2 次関数を求めよ。

頂点が  $x$  軸上にあるので、求める 2 次関数は  $y = a(x - p)^2$  と表される。

これに  $(4, 4)$ 、 $(0, 36)$  を代入し連立させ  $a, p$  の値を求めると、

$$p = 3 \text{ のとき } a = 4 \text{ または } p = 6 \text{ のとき } a = 1$$

よって、求める 2 次関数は  $y = 4x^2 - 24x + 36$  または  $y = x^2 - 12x + 36$

- (3) すべての実数  $x$  について、2 次不等式  $x^2 + 2kx - 3k + 4 > 0$  が成り立つような定数  $k$  の値の範囲を求めよ。

すべての実数  $x$  について成り立つのは、 $x^2 + 2kx - 3k + 4 = 0$  としたときの判別式  $D$  が  $D < 0$  のときである。

$$D = (2k)^2 - 4(-3k + 4) < 0$$

これを解いて  $-4 < k < 1$

【問Ⅲ】 以下の問いに答えよ。(25 点)

(1)  $\triangle ABC$  において、 $\angle A = 120^\circ$ 、 $AB = 2\sqrt{3}$ 、 $BC = 6$  のとき、 $\angle C$  の大きさを求めよ。

$$\text{正弦定理から } \frac{6}{\sin 120^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin C}$$

$$\text{これを解いて } \sin C = \frac{1}{2}$$

$$0^\circ < C < 60^\circ \text{ だから } C = 30^\circ$$

(2)  $AB = \sqrt{2}$ 、 $AC = 3$ 、 $\angle A = 135^\circ$  のとき、 $BC$  の長さを求めよ。

余弦定理より

$$BC^2 = 3^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} \times \cos 135^\circ = 17$$

$$BC > 0 \text{ より } BC = \sqrt{17}$$

(3)  $AB = 7$ 、 $BC = 3$ 、 $\angle C = 120^\circ$  となるとき、 $\triangle ABC$  の面積を求めよ。

$AC = b$  とおく。余弦定理より

$$7^2 = 3^2 + b^2 - 2 \times 3 \times b \times \cos 120^\circ$$

$$b^2 + 3b - 40 = 0$$

$$b > 0 \text{ より } b = 5$$

$$\text{よって } \triangle ABC \text{ の面積} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin 120^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

【問Ⅳ】 以下の問いに答えよ。(25 点)

7 人の生徒について、昨日の夜の睡眠時間を調べると次のようになった。

6.5 5.8 5.4 7.4 4.8 6.6 6.2 (単位 時間)

(1) このデータの範囲と四分位範囲を求めよ。

範囲は  $7.4 - 4.8 = 2.6$  (時間)

第 1 四分位数は 5.4 時間、第 3 四分位数は 6.6 時間より、四分位範囲は

$6.6 - 5.4 = 1.2$  (時間)

(2) このデータの箱ひげ図を書け。

