

【問 I】以下の問いに答えよ。(25 点)

(1) $(3a)^2 \times (2a^4)^3$ を計算せよ。

$$72a^{14}$$

(2) $(a - b + 2c)^2$ を展開せよ。

$$a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$$

(3) $2x^2 + xy - 6y^2$ を因数分解せよ。

$$(x + 2y)(2x - 3y)$$

(4) $3x - 2(1 + 2x) > 4x + 3$ を解け。

$$x < -1$$

(5) $2x^2 + 2x - 3 = 0$ を解け。

$$\frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$$

【問 II】以下の問いに答えよ。(25 点)

- (1) 2 次関数 $y = x^2 - 4x + 1$ の頂点と軸を答えよ。また、定義域が $0 \leq x \leq 3$ のとき最大値と最小値をそれぞれ求めよ。

$$\text{平方完成より、} y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$$

頂点 $(2, -3)$ 軸は $x = 2$

$x = 0$ のとき 最大値 1 $x = 2$ のとき 最小値 -3

- (2) 3 点 $(1, 6)$ 、 $(-2, -9)$ 、 $(4, 3)$ を通る 2 次関数を求めよ。

求める 2 次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とおく。

点 $(1, 6)$ を通るから $6 = a + b + c \cdots \textcircled{1}$

点 $(-2, -9)$ を通るから $-9 = 4a - 2b + c \cdots \textcircled{2}$

点 $(4, 3)$ を通るから $3 = 16a + 4b + c \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ より $a = -1$ $b = 4$ $c = 3$

よって求める 2 次関数は $y = -x^2 + 4x + 3$

- (3) 2 次関数 $y = x^2 + 2mx + m^2 + 3m + 6$ のグラフが、 x 軸と共有点を持つような定数 m の値の範囲を求めよ。

$x^2 + 2mx + m^2 + 3m + 6 = 0$ の判別式を D とすると、

$$D = 4m^2 - 4(m^2 + 3m + 6) \geq 0$$

これを解いて

$$m \leq -2$$

【問Ⅲ】以下の問いに答えよ。(25 点)

(1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ において、 $2 \cos \theta + \sqrt{3} = 0$ を満たす θ の値を求めよ。

$$\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{よって } \theta = 150^\circ$$

(2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ において、 $\sin \theta > \frac{\sqrt{2}}{2}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ となる } \theta \text{ の値は、 } \theta = 45^\circ, 135^\circ$$

$$\text{よって、} 45^\circ < \theta < 135^\circ$$

(3) $\triangle ABC$ において、 $AB=2$ 、 $AC=\sqrt{3}$ 、 $\cos A = \frac{1}{4}$ となるとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{15}{16}$$

$$\sin A > 0 \text{ より } \sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\text{よって } \triangle ABC \text{ の面積は、 } \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{3\sqrt{5}}{4}$$

【問Ⅳ】以下の問いに答えよ。（25 点）

- (1) 男子 5 人、女子 3 人が一列に並ぶとき、女子 3 人が全員隣り合う並び方は何通りあるか。

隣り合う女子 3 人を 1 人とみなすと、男子 5 人と合わせた 6 人の順列となり、
 $6!$ 通り。それぞれに対し 1 人とみなした女子 3 人の並び方は $3!$ 通りあるので、
 $6! \times 3! = 4320$ 通り

- (2) 6 人がじゃんけんを 1 回するとき、6 人のグー、チョキ、パーの手の出し方は全部で何通りあるか。

1 人の手の出し方はそれぞれ、グー、チョキ、パーの 3 通りずつあるから、6 人の
 手の出し方の総数は、 $3^6 = 729$ (通り)

- (3) 袋の中に白球 3 個、赤球 7 個が入っている。この袋から 3 個の球を同時に取り出すとき、3 個とも赤球である確率を求めよ。

袋の中の 10 個の球の中から 3 個の球を取り出す場合の数は、

$${}^{10}C_3 = 120 \text{ 通り}$$

赤球 7 個から 3 個を取り出す場合の数は、

$${}^7C_3 = 35 \text{ 通り}$$

$$\text{よって求める確率は } \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

- (4) 3 個のさいころを同時に投げるとき、1 の目が少なくとも 1 つ出る確率を求めよ。

「1 の目が少なくとも 1 つ出る」の余事象は、「3 個とも 1 の目が出ない」であり、

$$\text{その確率は } \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$$

$$\text{よって求める確率は、 } 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$