

【問Ⅰ】以下の問いに答えよ。(25点:5点×5)

(1) $(2x + 3y)^3$ を展開せよ。

$$8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

(2) $2a(a - 3b) + b(3b - a)$ を因数分解せよ。

$$(a - 3b)(2a - b)$$

(3) $(\sqrt{20} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{27})$ を計算せよ。

$$1 - 5\sqrt{15}$$

(4) $x < 3x + 12 < 8$ を解け。

$$-6 < x < -\frac{4}{3}$$

(5) $8x^2 + 2x - 3 = 0$ を解け。

$$x = \frac{1}{2}, -\frac{3}{4}$$

【問Ⅱ】 以下の問いに答えよ。(25 点)

- (1) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = -2x + k$ の共有点の個数は、定数 k の値によってどのように変わるか。(12 点)

$$x^2 = -2x + k \quad \text{すなわち} \quad x^2 + 2x - k = 0$$

この 2 次方程式の判別式を D とすると、

$$D = 4 + 4k$$

$D > 0$ となるのは $k > -1$ のときで、このとき共有点の個数は 2 個

$D = 0$ となるのは $k = -1$ のときで、このとき共有点の個数は 1 個

$D < 0$ となるのは $k < -1$ のときで、このとき共有点の個数は 0 個

- (2) 2 次関数 $y = x^2 - 2mx + m + 2$ のグラフと x 軸の $x > 1$ の部分が、異なる 2 点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。(13 点)

$$y = x^2 - 2mx + m + 2 = (x - m)^2 - m^2 + m + 2 \quad \text{より、軸は } x = m$$

$$f(x) = x^2 - 2mx + m + 2 \quad \text{とする。}$$

- (1) グラフが異なる 2 点で交わることより、

$$D = 4m^2 - 4m - 8 > 0 \quad m < -1, 2 > m \cdots \textcircled{1}$$

- (2) 軸 $x = m$ について $m > 1 \cdots \textcircled{2}$

- (3) $f(1) > 0$ これを解いて $m < 3 \cdots \textcircled{3}$

$$\textcircled{1}、\textcircled{2}、\textcircled{3} \text{より} \quad 2 < m < 3$$

【問Ⅲ】 以下の問いに答えよ。(25 点)

- (1) $\triangle ABC$ において、 $\angle A = 70^\circ$ 、 $\angle C = 50^\circ$ 、 $AC = 7$ のとき、外接円の半径 R を求めよ。
(5 点)

$$B = 180 - 70 - 50 = 60$$

$$\text{正弦定理により、} \frac{7}{\sin 60} = 2R$$

$$R = \frac{7}{2\sin 60} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

- (2) $AB = 3$ 、 $BC = 5$ 、 $\angle B = 60^\circ$ である平行四辺形 $ABCD$ の面積を求めよ。(10 点)

平行四辺形 $ABCD$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の 2 倍となる。

$$\triangle ABC \text{ の面積は、} \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \sin 60^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{よって平行四辺形 } ABCD \text{ の面積は、} 2 \times \frac{15\sqrt{3}}{4} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

- (3) 右の図のような四角形 $ABCD$ の面積を求めよ。(10 点)

$\triangle ABC$ において余弦定理より

$$AC^2 = 169 \quad \text{よって } AC = 13$$

$\triangle ADC$ において余弦定理より、

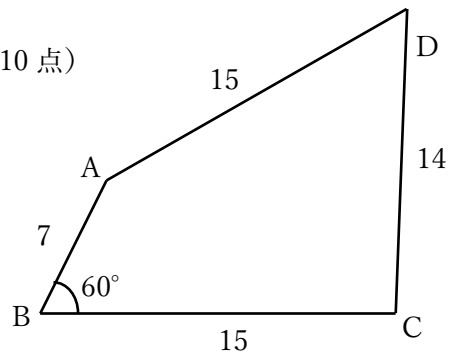
$$\cos \angle ADC = \frac{3}{5} \quad \text{なので、}$$

$$\sin \angle ADC = \frac{4}{5}$$

$$\text{よって、} \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 15 \cdot \sin 60^\circ = \frac{105\sqrt{3}}{4}$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 14 \cdot \sin \angle ADC = 84$$

$$\text{求める面積は } \triangle ABC + \triangle ACD = \frac{105\sqrt{3}}{4} + 84 = \frac{336 + 105\sqrt{3}}{4}$$



【問Ⅳ】以下の問いに答えよ。(25 点)

(1) 次のデータについて以下の問いに答えよ。

9 10 20 25 28 31 34 42 43 63

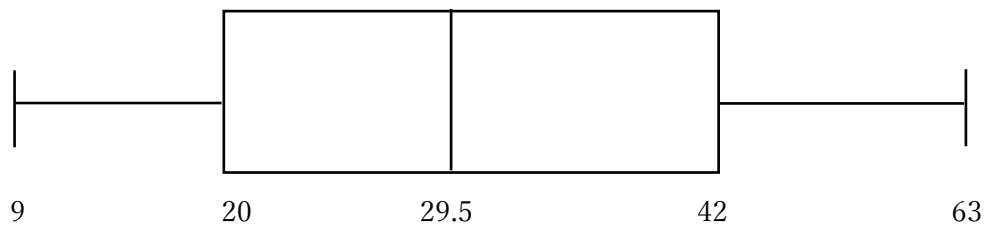
(i) 最大値、最小値および四分位数をそれぞれ求めよ。(10 点)

(ii) 箱ひげ図を書け。(5 点)

(i) 最大値は 63 最小値は 9

第 1 四分位数は 20 第 2 四分位数は 29.5 第 3 四分位数は 42

(ii) 箱ひげ図は以下のようになる。



(2) 次のデータは、5 人の生徒の英語のテストの点数である。(10 点)

50 70 90 80 50 (点)

このデータの平均値、中央値、最頻値、分散、標準偏差を求めよ。

平均値は、 $(50 + 70 + 90 + 80 + 50) \div 5 = 68$

中央値は 70 点 最頻値は 50 点

分散は、

$$\{(50 - 68)^2 + (70 - 68)^2 + (90 - 68)^2 + (80 - 68)^2 + (50 - 68)^2\} \div 5 = 256$$

標準偏差は分散の正の平方根であるので、 $\sqrt{256} = 16$