

【問 I】以下の設問に答えよ。(25点:5点×5)

(1) $2ab^2 \times (-3ab)^3$ を計算せよ。

$$-54a^4b^5$$

(2) $(x+y-1)^2$ を展開せよ。

$$x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y + 1$$

(3) $6x^2 - 5x - 4$ を因数分解せよ。

$$(2x+1)(3x-4)$$

(4) $\frac{x-1}{2} < \frac{4x+5}{3}$ を解け。

$$x > -\frac{13}{5}$$

(5) $(2x+5)^2 - 7 = 0$ を解け。

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{7}}{2}$$

【問Ⅱ】以下の設問に答えよ。(25 点)

- (1) 2 次関数 $y = -2x^2 - 4x + 1$ の頂点と軸を答えよ。また、定義域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき
最大値と最小値をそれぞれ求めよ。(12 点)

$$y = -2x^2 - 4x + 1 = -2(x + 1)^2 + 3 \quad \text{頂点 } (-1, 3) \quad \text{軸 } x = -1$$

$-1 \leq x \leq 2$ における最大値、最小値は
 $x = -1$ で最大値 3 $x = 2$ で最小値 -15

- (2) 実数 x, y が $2x + y = 1$ を満たすとき、 $x^2 + y^2$ の最小値を求めよ。(13 点)

$2x + y = 1$ より $y = 1 - 2x \cdots \textcircled{1}$ なので、

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= x^2 + (1 - 2x)^2 \\ &= 5x^2 - 4x + 1 \\ &= 5\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} \end{aligned}$$

よって、 $x^2 + y^2$ は $x = \frac{2}{5}$ で最小値 $\frac{1}{5}$ をとる。①に $x = \frac{2}{5}$ を代入し $y = \frac{1}{5}$

$x = \frac{2}{5}, y = \frac{1}{5}$ で最小値 $\frac{1}{5}$

【問Ⅲ】以下の問いに答えよ。(25 点)

(1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で、 $\cos \theta = \frac{5}{13}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$ の値を求めよ。(10 点)

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ から}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}$$

$$\sin \theta > 0 \text{ より } \sin \theta = \frac{12}{13}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{12}{13} \div \frac{5}{13} = \frac{12}{5}$$

(2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $\sin \theta > \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。(5 点)

$$60^\circ < \theta < 120^\circ$$

(3) $\triangle ABC$ において、 $AB=4$ 、 $BC=\sqrt{13}$ 、 $AC=3$ とする。辺 BC の中点を M とするとき、 AM の長さを求めよ。(10 点)

$$\text{余弦定理より、} \cos B = \frac{5}{2\sqrt{13}}$$

$$\triangle ABM \text{ において余弦定理により、} AM^2 = 4^2 + \left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} \cdot \frac{5}{2\sqrt{13}} = \frac{37}{4}$$

$$\text{よって } AM = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

【問Ⅳ】以下の問いに答えよ。（25 点 5 点×5）

（1）100 以下の自然数のうち、5 の倍数または 7 の倍数であるような数は何個あるか。

100 以下の自然数のうち 5 の倍数は 20 個、7 の倍数は 14 個。

5 の倍数かつ 7 の倍数、つまり 35 の倍数は 2 個。

よって、 $20 + 14 - 2 = 32$ 個

（2）10 円硬貨 5 枚、100 円硬貨 3 枚、500 円硬貨 3 枚がある。これらの硬貨を全部または一部を使って、ちょうど支払うことができる金額は何通りあるか。

10 円硬貨 5 枚でできる金額は、0 円、10 円、20 円、30 円、40 円、50 円の 6 通り

100 円硬貨 3 枚でできる金額は、0 円、100 円、200 円、300 円の 4 通り

500 円硬貨 3 枚でできる金額は、0 円、500 円、1000 円、1500 円の 4 通り

よって、積の法則により $6 \times 4 \times 4 = 96$ 通り

0 円の場合を除いて $96 - 1 = 95$ 通り

（3）番号のついた 7 つの座席に 5 人が座る方法は何通りあるか。

7 つの座席から 5 つを選び 1 列に並べ、5 人が順に座ればよい。

${}_7P_5 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$ 通り

（4）A、B、C の 3 人がじゃんけんを 1 回するとき、A と B の 2 人が勝つ確率を求めよ。

3 人の手の出し方の総数は、 $3^3 = 27$ 通り

A と B が勝つのは、A と B がグー、C がチョキ

A と B がチョキ、C がパー

A と B がパー、C がグー

の 3 通り。

よって求める確率は、 $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$

(5) 3 個のさいころを同時に投げるとき、出る目の積が 100 になる確率を求めよ。

出る目の積が 100 になる場合は、(4, 5, 5) (5, 4, 5) (5, 5, 4)
の 3 通り。

よって求める確率は、 $\frac{3}{216} = \frac{1}{72}$