【問 I 】以下の問いに答えよ。(25 点:5 点×5)

(1) $4x^2 - y^2 + 6y - 9$ を因数分解せよ。

$$4x^{2} - y^{2} + 6y - 9 = 4x^{2} - (y^{2} - 6y + 9) = 4x^{2} - (y - 3)^{2}$$
$$= \{2x + (y - 3)\}\{2x - (y - 3)\}$$
$$= (2x + y - 3)(2x - y + 3)$$

(2) $(a+b)^2-(a-b)^2$ を計算せよ。

4ab

(3) $A = x^2 + 3x - 2$ 、 $B = 3x^2 - 2x + 1$ とするとき、 $A + B + C = x^2$ となる C を求め よ。

$$A + B = 4x^2 + x - 1$$

よって、

$$C = x^2 - (4x^2 + x - 1) = -3x^2 - x + 1$$

(4) 不等式 -4x+1<7-3x<x-1 を解け。

$$-4x + 1 < 7 - 3x$$
 から $x > -6$ …① $7 - 3x < x - 1$ から $x > 2$ …②

- ①、②の共通範囲を求めて x>2
- (5) 10011(2) を10進法で表せ。

$$1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 19$$

【問II】 以下の問いに答えよ。(25点)

(1) 2次方程式 $x^2 + 5x + 7 - m = 0$ が異なる2つの実数解を持つとき、定数mの値の範囲を求めよ。(6点)

判別式を D とする。異なる 2 つの実数解をもつときD > 0 より

$$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (7 - m) = 4m - 3 > 0$$
 $m > \frac{3}{4}$

(2) 2次関数 $y = -x^2 + 3x + 1$ のグラフがx軸から切り取る線分の長さを求めよ。(7点)

$$-x^2 + 3x + 1 = 0$$
 とすると $x^2 - 3x - 1 = 0$

解の公式より、
$$x = \frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$$

したがって求める線分の長さは
$$\frac{3+\sqrt{13}}{2} - \frac{3-\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13}$$

(3) $x^2 + y^2 = 4$ のとき、 $2y + x^2$ の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x、y の値を求めよ。(12 点)

$$x^2 = 4 - y^2 \cdots 1$$

 $x^2 \ge 0$ であるから $4 - y^2 \ge 0$ これを解いて $-2 \le y \le 2$ …②

$$2y + x^2 = 2y + (4 - y^2) = -y^2 + 2y + 4 = -(y - 1)^2 + 5$$

②の範囲において、y = 1で最大、y = -2で最小となる。

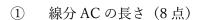
$$y=1$$
のとき、①から $x=\pm\sqrt{3}$

$$y = -2$$
のとき、①から $x = 0$

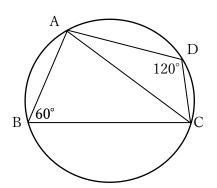
よって
$$x = \pm \sqrt{3}$$
 $y = 1$ のとき 最大値 5

$$x = 0$$
 $y = -2$ のとき 最小値-4

【問Ⅲ】 円 O に内接する四角形 ABCD は、AB=2、BC=3、CD=1、∠ABC=60° である。このとき、以下のものを求めよ。(25 点)



△ABC において、 余弦定理により、



$$AC^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos 60^\circ = 7$$

よって
$$AC = \sqrt{7}$$

② 辺ADの長さ (10点)

四角形 ABCD は円に内接するので

$$\angle ADC = 180^{\circ} - 60^{\circ} = 120^{\circ}$$

AD = x とおく。 $\triangle ACD$ において、余弦定理により

$$(\sqrt{7})^2 = x^2 + 1^2 - 2 \cdot x \cdot 1 \cos 120^\circ$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x-2)(x+3) = 0$$
 $x > 0$ $cap 3 b 5 x = 2$

③ 円 O の半径 R (7点)

 \triangle ABC において、正弦定理により $\frac{\sqrt{7}}{\sin 60^{\circ}} = 2R$

よって
$$\frac{\sqrt{21}}{3}$$

【問IV】次のデータIは、生徒9人の身長を調べた結果である。

I: 172, 155, 183, 169, 163, 150, 167, 159, 176 (cm)

このデータの箱ひげ図を書け。ただし箱ひげ図には平均値も書き入れるものとする。

データIを小さい順に並べると、

150 155 159 163 167 169 172 176 183

第二四分位数は 167

第一四分位数は (155+159) ÷2=157

第三四分位数は (172+176) ÷ 2=174

平均値は 166

