2024年度　一般選抜Ⅰ期　数学　解答例

【問Ⅰ】以下の設問に答えよ。(25点：5点×5)

（１） $x^3y - xy^3$を因数分解せよ。

$xy(x+y)(x-y)$

（２） $(x-2y+1)(x-2y-2)$　を展開せよ.

$x^2 - 4xy + 4y^2 - x + 2y - 2$

（３）$\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ を計算せよ。

$\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$

（４）${}_{10}P_4$ の値を求めよ。

${}_{10}P_4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

（５）720の正の約数の個数を求めよ。

$720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$

よって(4+1)(2+1)(1+1)=30個

【問Ⅱ】2次関数について、以下の設問に答えよ。(25点)

（1）頂点が点（-1, 3）で、点（1, 7）を通る2次関数の式を求めよ。(5点)

頂点が（-1, 3）より、$y = a(x+1)^2 + 3$
これに（1, 7）を代入して、$a = 1$

よって、$y = (x+1)^2 + 3$ または　$y = x^2 + 2x + 4$

（2）2次関数 $y = -3x^2 + 6x - 2$の頂点と軸を答えよ。(5点)

$y = -3(x^2 - 2x) - 2 = -3\{(x-1)^2 - 1\} - 2 = -3(x-1)^2 + 1$

よって、頂点（1 ,1）軸は$x = 1$

（3）2 次関数$y = x^2 + 2x - 1$の定義域が 0≦x≦2 のとき、最大値と最小値をそれぞれ求めよ。(10点)

$y = x^2 + 2x - 1$　すなわち$y = (x+1)^2 - 2$ は下に凸のグラフであり、頂点（-1 , -2）
軸は$x = -1$。
$x = 2$ で 最大値 7　　$x = 0$ で最小値 -1

（4）2次関数$y = -4x^2 + 4x - 1$とx軸の共有点の座標を求めよ。(5点)

$-4x^2 + 4x - 1 = 0$ すなわち$4x^2 - 4x + 1 = 0$
左辺を因数分解して　$(2x-1)^2 = 0$ よって $x = \frac{1}{2}$
共有点の座標は $(\frac{1}{2}, 0)$

【問Ⅲ】以下の問いに答えよ。ただし、$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。(25点)

（1）$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ を求めよ。(6点)

$\theta = 60^\circ$、120°

（2）$\sin\theta = \frac{1}{3}$　のとき、$\cos\theta$、$\tan\theta$ の値を求めよ。(6点)

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より $\cos^2\theta = \frac{8}{9}$

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ であるから　$\cos\theta = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき　$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{3} \div \frac{2\sqrt{2}}{3} = \mathbf{\frac{\sqrt{2}}{4}}$

$\cos\theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき　$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{3} \div -\frac{2\sqrt{2}}{3} = -\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{4}}$

（3）$\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{3}$　のとき、$\sin\theta\cos\theta$、$\sin^3\theta + \cos^3\theta$ の値を求めよ。(8 点)

$\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{3}$ の両辺を 2 乗すると $\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{4}{9}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ であるから $1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{4}{9}$

したがって　$\sin\theta\cos\theta = -\mathbf{\frac{5}{18}}$

$\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)^3 - 3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta + \cos\theta)$

$\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{3}$、$\sin\theta\cos\theta = -\mathbf{\frac{5}{18}}$ を代入して

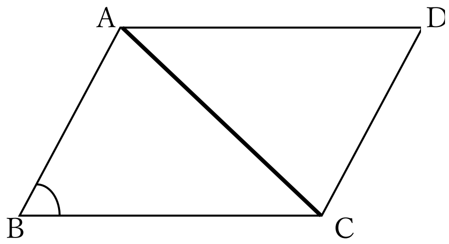
$\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\frac{2}{3})^3 - 3\left(-\frac{5}{18}\right) \cdot \frac{2}{3} = \mathbf{\frac{23}{27}}$

（４）AB＝２、BC＝３、∠ABC＝45°である平行四辺形 ABCD の面積を求めよ。(5 点)

平行四辺形 ABCD の面積は
２×△ABC の面積より

$$2\times\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\sin 45^\circ$$

$$=3\sqrt{2}$$



【問Ⅳ】以下の問いに答えよ。(25点)

（１）赤、青、白、緑の4本の旗を1列に並べる方法は何通りあるか。(5点)

4！=4・3・2・1=24通り

（２）正七角形の3個の頂点を結んでできる三角形の個数を求めよ。(6点)

${}_7C_3 = 35$

（３）色の異なる6枚の色紙を 3 枚、2 枚、1 枚の 3 組に分けるとき、分け方は何通りあるか。(7点)

6枚から3枚を選び、次に残りの3枚から2枚を選ぶ。残りの1枚は自動的に決まるので、

${}_6C_3 \times {}_3C_2 = 60$ 通り

（４）男子2人と女子5人が、くじ引きで順番を決めて1列に並ぶ。男子の A さんが左端に並ぶ確率を求めよ。(7点)

男子2人、女子5人の合計7人の並び方は　　7!
男子のAさんが左端に並ぶときの並び方は、残り 6 人の並び方と同じで　　6!

よって求める確率は　$\frac{6!}{7!} = \frac{1}{7}$

（5） 1 から 100 までの番号をつけた 100 枚の札の中から 1 枚を引くとき、その番号が 3 の倍数または 4 の倍数である確率を求めよ。

1 から 100 までの中で、3 の倍数の個数は　33 個
4 の倍数の個数は　25 個
3 と 4 の最小公倍数である 12 の倍数の個数は　8 個
よって求める確率は

$$\frac{33}{100}+\frac{25}{100}-\frac{8}{100}=\frac{1}{2}$$