2023 年度　一般選抜Ｉ期　数学　解答例

【問Ｉ】以下の設問に答えよ（５点×５問)。

（１）$9x^2-5x+\frac{25}{36}$　を因数分解せよ。

$\left(3x-\frac{5}{6}\right)^2$

（２）$(\sqrt{5}x+\sqrt{3}y)(2\sqrt{2}x-3\sqrt{6}y)$　を展開せよ。

$=2\sqrt{10}x^2-3\sqrt{30}xy+2\sqrt{6}xy-9\sqrt{2}y^2$
$=2\sqrt{10}x^2-(3\sqrt{30}-2\sqrt{6})xy-9\sqrt{2}y^2$

（３）$(2+\sqrt{3}+\sqrt{5})(2+\sqrt{3}-\sqrt{5})$ の値を求めよ。

a＝$2+\sqrt{3}$とおけば

$(a+\sqrt{5})(a-\sqrt{5})=a^2-5$
$(2+\sqrt{3})^2-5=4+4\sqrt{3}+3-5=2+4\sqrt{3}=2(1+2\sqrt{3})$

（４）${}_5C_2$ × ${}_7C_3$ の値を求めよ。

$\frac{5!}{(5-2)!\cdot 2!}\times\frac{7!}{(7-3)!\cdot 3!}=\frac{5!}{3!\cdot 2!}\times\frac{7!}{4!\cdot 3!}=10\times 35=350$

（５）10 進数で 100 と表される値を、2 進数に変換せよ。

$1100100_{(2)}$

2023年度　一般選抜Ⅰ期　数学　解答例

【問Ⅱ】2次関数f(x)および g(x)について、以下の設問に答えよ（25点)。

（１）f(x)は3点(1,4),(3,2),(-2,-8)を通る放物線であり、g(x)は(0,-1),(3,2),(-1,2)を通る放物線である。これらの2次関数 f(x)および g(x)をそれぞれ求めよ。(3×2点)

$\mathrm{f}(x) = -x^2 + 3x + 2$
$\mathrm{g}(x) = x^2 - 2x - 1$

（２）f(x)=0 および g(x)=0 を満たす、x の値をそれぞれ求めよ。(3×2点)

$\mathrm{f}(x) = -x^2 + 3x + 2 = 0 \;\Rightarrow\; x^2 - 3x - 2 = 0$　より解の公式を用いて、

$$\mathrm{x} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$\mathrm{g}(x) = x^2 - 2x - 1 = 0$　より解の公式を用いて、

$$\mathrm{x} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

（３）2次関数 f(x)と g(x)のそれぞれの頂点の座標を求めよ。(5点)

$\mathrm{f}(x) = -x^2 + 3x + 2 = -(x^2 - 3x) + 2 = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} + 2 = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}$

よって関数 f(x)の頂点の座標は、$\left(\frac{3}{2}, \frac{17}{4}\right)$

$\mathrm{g}(x) = x^2 - 2x - 1 = (x^2 - 2) - 1 = (x - 1)^2 - 2$
より、関数 g(x)の頂点の座標は、$(1, -2)$

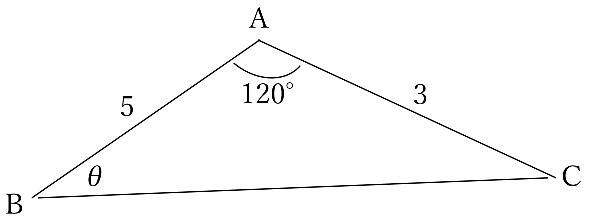
（４）2次関数 f(x)と g(x)の(3,2)以外のもうひとつの交点の座標を求めよ。(8点)

$-x^2 + 3x + 2 = x^2 - 2x - 1$より、$2x^2 - 5x - 3 = 0$であることから、

$\mathrm{x} = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4}$ より$\mathrm{x} = -\frac{1}{,2}, 3$ ここで(3,2)以外の交点であることから、

$x=-\frac{1}{2}$ が該当する。$g\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-1=\frac{1}{4}$ よって、$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$

【問Ⅲ】下記の三角形について、各問いに答えよ。(25 点)



（１）辺 BC の長さを求めよ。(5 点)

余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bccos\theta$ より、各々を代入すれば、

$a^2=3^2+5^2-2\cdot3\cdot5\cdot cos120°$

$a^2=9+25-2\cdot3\cdot5\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=34+15=49$

$a=\sqrt{49}=\pm7$ ここで$a>0$ であることから、　a=7

よって、辺 BC の長さは 7 である。

（２）角 θ における $\cos\theta$ の値を求めよ。(5 点)

$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ より、$\cos B=\frac{5^2+7^2-3^2}{2\cdot5\cdot7}=\frac{65}{70}=\frac{13}{14}$

（３）三角形 ABC の面積を求めよ。(5 点)

$S=\frac{1}{2}\cdot5\cdot3\cdot\sin120°=\frac{1}{2}\cdot5\cdot3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$

（４）余弦定理を用いて、ヘロンの公式を導出せよ。(10 点)

【略解】

三角形の面積、$S=\frac{1}{2}\cdot b\cdot c\cdot\sin\theta\Rightarrow2S=b\cdot c\cdot\sin\theta$について、両辺を 2 乗すれば、

$4S^2 = b^2 \cdot c^2 \cdot sin^2\theta = b^2 \cdot c^2 \cdot (1 - cos^2\theta) = b^2 \cdot c^2 \cdot (1 - cos\theta)(1 + cos\theta)=$

ここで余弦定理により。

$16S^2 = 4 \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot (1 - cos\theta)(1 + cos\theta) = 4 \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot \left(1 - \frac{b^2 \cdot c^2 - a^2}{2bc}\right)\left(1 + \frac{b^2 \cdot c^2 - a^2}{2bc}\right)$

$= \{2bc + (b^2 \cdot c^2 - a^2)\}\{2bc - (b^2 \cdot c^2 - a^2)\} = \{(b^2 + c^2 + 2bc) - a^2\}\{a^{2-}(b^2 + c^2 + 2bc)\}$

$= \{(b + c)^2 - a^2\} \cdot \{a^2 - (b - c)^2\} = (b + c + a)(b + c - a)(a - b + c)(a + b - c)$

ここで、$\mathrm{s} = \frac{a+b+c}{2}$ とすれば。

$2\mathrm{s}(2s - 2a)(2s - 2b)(2s - 2c)$ より

$S^2 = \mathrm{s}(s - a)(s - b)(s - c)$

$\mathrm{S} = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

2023年度　一般選抜Ⅰ期　数学　解答例

【問Ⅳ】以下の問いに答えよ。(5点×5問)

（1）Ｇ Ａ Ｋ Ｕ Ｉ Ｎ　の文字列を並び替えた時、何通りあるか。

$6! = 720$

（2）映画館において、ある映画の入場者数を調べたところ、全体の 25%が大学生で、全体の 15%が前売り券で入場した大学生であった。入場者した大学生の中から 1 人を選び出すとき、その人が前売り券で入場している確率を求めよ。

$\mathrm{P}(A) = \frac{25}{100}$　　$\mathrm{P}(A \cap B) = \frac{15}{100}$ より $P_A(B) = \frac{15}{100} \div \frac{25}{100} = \frac{3}{5} = 60\%$

（3）駅伝大会において、鈴木と高橋という選手がいる8人で参加するとき、第1走者が鈴木、第8走者が高橋となる確率を求めよ。

$\frac{6!}{8!} = \frac{1}{56}$

（4）ある政党が 200 人を対象として、政策Aと政策Bについて意見を伺ったところ、政策Aに賛成する人が 132 人、政策Bに賛成する人が 98 人、政策Aと政策Bの両方に賛成の人は 77 人いた。このとき、政策Aと政策Bの両方に反対の人は何人いるか。

132+98-77=153
200-153=47　　　　47人

（5）1,2,3 の 3 つの数を重複を許して 7 桁の整数を作るとき何個の整数を作ることができるか。

$3^7 = 2187$