

【問 I】 以下を計算せよ。

(1) $(x+2y)^3 - (2x-y)^2$ を展開せよ。

解答例(5 点)

$$\begin{aligned} & (x+2y)^3 - (2x-y)^2 \\ &= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 - (4x^2 - 4xy + y^2) \\ &= x^3 + 6x^2y - 4x^2 + 12xy^2 - y^2 + 4xy + 8y^3 \end{aligned}$$

(2) $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ であるとき、以下の値を求めよ。

(2-1) $x \times y$

(2-2) $x^2 - y^2$

(2-3) $(3x+1) \times (3y+1)$

(2-4) $x^3 \times y^3$

解答例(5 点×4)

(2-1)

$$\begin{aligned} & x \times y \\ &= (2 + \sqrt{3}) \times (2 - \sqrt{3}) \\ &= 4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3 \\ &= 1 \end{aligned}$$

(2-2)

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 \\ &= (2 + \sqrt{3})^2 - (2 - \sqrt{3})^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3} + 3) - (4 - 4\sqrt{3} + 3) \\ &= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

(2-3)

$$\begin{aligned} & (3x+1) \times (3y+1) \\ &= 9xy + 3x + 3y + 1 \\ &= 9 \times 1 + 3(2 + \sqrt{3}) + 3(2 - \sqrt{3}) + 1 \\ &= 9 + 6 + 3\sqrt{3} + 6 - 3\sqrt{3} + 1 \\ &= 22 \end{aligned}$$

(2-4)

$$\begin{aligned}x^3 \times y^3 &= (2 + \sqrt{3})^3 \times (2 - \sqrt{3})^3 \\&= (8 + 12\sqrt{3} + 18 + 3\sqrt{3}) \times (8 - 12\sqrt{3} + 18 - 3\sqrt{3}) \\&= (26 + 15\sqrt{3}) \times (26 - 15\sqrt{3}) \\&= 676 - 675 = 1\end{aligned}$$

【問Ⅱ】 a, b は定数で関数 $f(x)=ax+b$ について、 $f(1)=1, f(3)=9$ を満たしている。これについて、以下の問いに答えよ。

- (1) 定数 a および b の値を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ のグラフを描け。
- (3) $f(3)+f(4)+f(5)+f(6)+f(7)+f(8)+f(9)+f(10)$ の値を求めよ。
- (4) 上の (1) で求めた関数および (2) で求めたグラフにおいて、各座標を $P(x_1,0), Q(x_2,0), A(x_1,f(x_1)), B(x_2,f(x_2))$ とする。
いま、 $x_1=3, x_2=6$ であるとき、四角形 $PABQ$ の面積を求めよ。

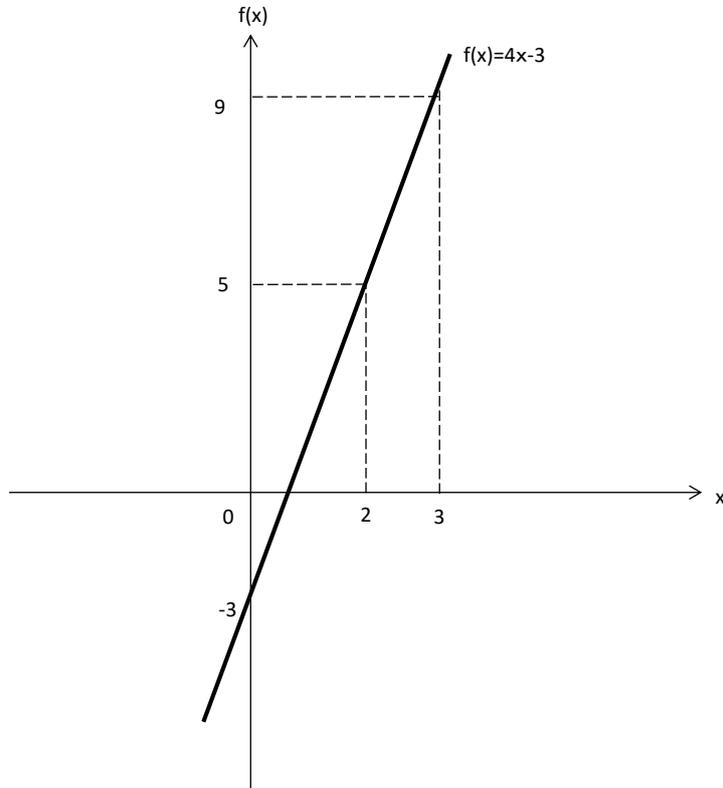
(解答例)

- (1) 与件より、 $f(1)=1, f(3)=9$ について連立方程式を解くと、

$$\begin{cases} a+b=1 \\ 3a+b=9 \end{cases} \text{より、} a=4, b=-3 \text{ が得られる。}$$

つまり、 $f(x)=4x-3$ である。(6点)

- (2) グラフを描くと以下の通りである。(3点)



(3) $f(x)=4x-3$ に $x=3\sim x=10$ までをそれぞれ代入すれば、

$$f(3)=4\times 3-3=9$$

$$f(4)=4\times 4-3=13$$

$$f(5)=4\times 5-3=17$$

$$f(6)=4\times 6-3=21$$

$$f(7)=4\times 7-3=25$$

$$f(8)=4\times 8-3=29$$

$$f(9)=4\times 9-3=33$$

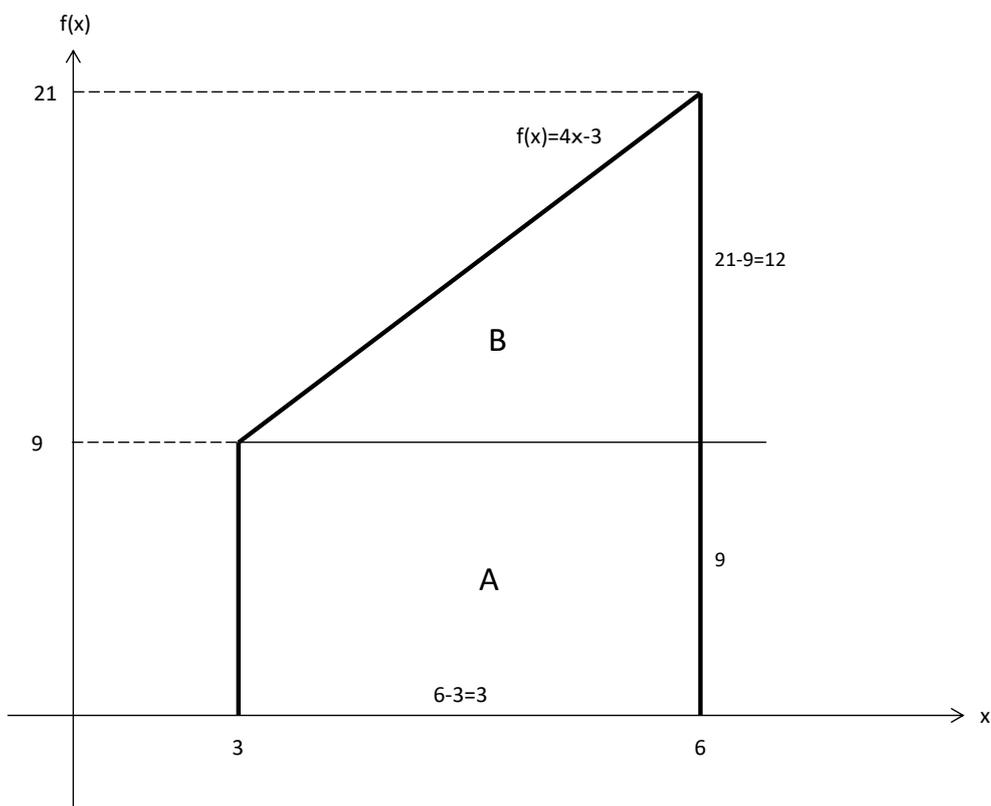
$$f(10)=4\times 10-3=37$$

より、これらの総和は、184である。(8点)

(4) 図で示すと以下の通りである。

Aの部分の長方形の面積は、 $3\times 9=27$

Bの部分の三角形の面積は、 $12\times 3\times 1/2=18$



よって、 $27+18=45$ (8点)

【問Ⅲ】以下の問いに答えよ。

- (1) 15 人から構成される委員会において、委員長、副委員長、会計を 1 人ずつ選ぶ組合せは何通りあるか。
- (2) 7 個の整数 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 を用いて、7 桁の整数はいくつできるか。
- (3) ${}_n P_2 = 20$ であるときの n の値を求めよ。
- (4) 1 枚のコインを 5 回続けて投げたとき、表がちょうど 2 回出る確率を求めよ。
- (5) 袋の中に赤球が 3 個、白球が 4 個、黄球が 3 個入っている。この袋の中をよくかき混ぜて、2 個を取出した時、2 個の球の色が一致する確率を求めよ。

解答例

(1) ${}_{15}P_3 = 15 \times 14 \times 13 = 2730$ (通り) (5 点)

- (2) 先頭の数字は 0 であってはならない。つまり 7 桁の最初に来る数字は 1, 2, 3, 4, 5, 6 の 6 通りである。また、それ以外の数値は 6 種類あるので、

$$6 \times {}_6 P_6 = 6 \times 6! = 6 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4320 \text{ (通り)} \quad (5 \text{ 点})$$

- (3) ${}_n P_2 = n(n-1) = 20$ であるから、

$$n(n-1) = 20 \text{ より、} n^2 - n - 20 = 0 \text{ を満たす } n \text{ を求めればよい。}$$

- $(n-5)(n+4) = 0$ であり、 $n = 5, -4$ がこの場合の解として満たすが、自然数でなければならないので、 $n = -4$ は不適である。よって、 $n = 5$ (5 点)

(4) ${}_5 C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 = {}_5 C_2 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$ (5 点)

- (5) 10 個の球の中から、2 つを取り出す場合の数は、

$${}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45 \text{ (通り)}$$

この状況の下において、2 つの球が同じ色であるのは、

R: 赤球が 2 個である。その時の確率は、 $P(R) = \frac{{}_3 C_2}{45} = \frac{3}{45}$

W: 白球が 2 個である。その時の確率は、 $P(W) = \frac{{}_4 C_2}{45} = \frac{6}{45}$

Y: 黄球が 2 個である。その時の確率は、 $P(Y) = \frac{{}_3 C_2}{45} = \frac{3}{45}$

よって、 $\frac{3}{45} + \frac{6}{45} + \frac{3}{45} = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}$ (5 点)

【問IV】陸上部に所属している 15 人を対象に、走り幅跳びの記録を取ったところ、以下のデータが得られた。これについて下記の問いに答えよ (単位は m である。例として 2m55cm の場合には 2.55 と記している)。

走り幅跳びの記録 (単位 : m)

4.25	6.26	5.14	4.83	7.43
7.11	8.01	6.55	6.72	6.77
6.95	7.22	7.35	5.52	7.39

- (1) このデータの中央値 (メジアン) を求めよ。
- (2) このデータについて、第一四分位数 (Q_1)、第三四分位数 (Q_3) を求めよ。
- (3) このデータの四分位範囲と四分位偏差を求めよ。
- (4) このデータの平均値を求めよ。

解答例

- (1) 15 のデータを昇順に並べ替えると、
 4.25 4.83 5.14 5.52 6.26 6.55 6.72 6.77
 6.95 7.11 7.22 7.35 7.39 7.43 8.01
 であり、メジアンは、6.77 である (4 点)
- (2) 第一四分位数は「4.25 4.83 5.14 5.52 6.26 6.55 6.72」の中央値であるから、5.52。(4 点)

 同様に、第三四分位数は、「6.95 7.11 7.22 7.35 7.39 7.43 8.01」のメジアンの、7.35 である。(4 点)
- (3) このデータにおける四分位範囲は、
 $7.35 - 5.52 = 1.83$ (4 点)
 四分位偏差は、
 $1.83 \times 1/2 = 0.915$ (4 点)
- (4) 平均値 (μ) は以下の通りである。(5 点)

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{4.25 + 6.26 + 5.14 + 4.83 + 7.43 + 7.11 + 8.01 + 6.55 + 6.72 + 6.77 + 6.95 + 7.22 + 7.35 + 5.52 + 7.39}{15} \\ &= \frac{97.5}{15} \\ &= 6.50 \end{aligned}$$

